МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

# Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

,

Одобрено УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ,

Протокол №2-8/2021 От 30.08.2021

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

|  |
| --- |
| ВЫСШАЯ АЛГЕБРА |

|  |
| --- |
|  |
| для студентов направления подготовки |
|  |
| **01.03.02 Прикладная математика и информатика** |
|  |
|  |
|  |
|  |
| профиль  **Прикладная информатика** |
|  |
|  |
|  |
| Форма обучения: очная |

**г. Обнинск 2021 г.**

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика.

Программу составил:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ З.Х. Насыров, доцент ОИКС

Рецензент

Заведующий лаб. Математических методов ФИАЦ ФГБУ «НПО «Тайфун»,

д.т.н Д. А. Камаев.

Программа рассмотрена на заседании отделения интеллектуальных кибернетических систем (О) (протокол № 5/7 от «30» июля 2021 г.)

Руководитель образовательной программы

01.03.02 – «Прикладная математика и информатика»

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ С.В. Ермаков

«\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2021 г.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Целью курса является формирование необходимой математической базы по теории групп, колец и полей для изучения последующих дисциплин общепрофессионального и профессионального модулей.

Задачами изучения курса являются

Обучение студентов методам и мышлению, характерным для указанных выше разделов высшей алгебры на основе изучения лекционного материала и его закрепления с помощью решения задач и упражнений.

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Коды компетенций | **Результаты освоения ООП**  **Содержание компетенций** | **Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине** |
| ОПК-3 | Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности | Знать: методы алгебраической реализации систем математического анализа, дискретной математики.  Уметь: описывать возникающие структуры на языке высшей алгебры.  Владеть: методами решения основных видов задач. |
| ПК-2 | Способность понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат | Знать: алгебраические методы обработки результатов других разделов математики.  Уметь: выводить формулы и доказывать теоремы.  Владеть: методами решения основных видов задач. |

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина реализуется в рамках профессионального модуля.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: математический анализ, дискретная математика, аналитическая геометрия, линейная алгебра.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 и 6 семестрах.

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 7 зачетных единиц (з.е.), 252 академических часа.

3.1. Объём дисциплины по видам учебных занятий (в часах)

|  |  |
| --- | --- |
| Объем дисциплины | Всего часов |
| Очная форма обучения |
| Общая трудоемкость дисциплины | 252 |
| Контактная\* работа обучающихся с преподавателем  (по видам учебных занятий) (всего) | 64 |
| Аудиторная работа (всего\*\*): | 64 |
| лекции | 32 |
| семинары, практические занятия | 32 |
| Внеаудиторная работа (всего\*\*): | 0 |
| групповая, индивидуальная консультация |  |
| Самостоятельная работа обучающихся\*\* (всего) | 152 |
| Вид промежуточной аттестации обучающегося зачет и экзамен | 36 |

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий

(в академических часах)

Для очной формы обучения

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование раздела /темы дисциплины | Общая трудоём- кость всего  (в часах) | Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость  *(в часах)* | | | | | | | Формы текущего контроля успевае-мости |
| Аудиторные учебные занятия | | | | СРО | |  | |
| Лек | Сем/Пр | Лаб |  | |  | | |
| 1. | Мощность множеств | 28 | 4 | 4 |  | 20 | | Проверка на семинаре | | |
| 2. | Теория групп | 70 | 12 | 12 |  | 56 | | Проверка на семинаре | | |
| 3. | Теория колец | 70 | 12 | 12 |  | 56 | | Проверка на семинаре | | |
| 4. | **Расширения полей** | 28 | 4 | 4 |  | 20 | | Проверка на семинаре | | |

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Наименование раздела /темы дисциплины | Содержание |
| 1. | Мощность множеств | Эквивалентность множеств, мощность множества. Счетные множества, их свойства. Теорема Кантора - Бернштейна.  Континуальные множества, теорема о несчетности континуума. Теорема о несчетности квадрата. Сравнение мощностей. Доказать, что |M|<|P(M)|. Теорема о мощности P(N). Упорядоченные множества, порядковые типы, их сумма. Вполне упорядоченные множества, ординалы. Теoрема о трансфинитной индукции. Свойства вполне упорядоченных множеств, сравнение ординалов. |
| 2. | Теория групп | Определение полугруппы, моноида и группы. Абелева группа. Свойства единичного и обратного элемента. Примеры групп. Группа подстановок. Подгруппы. Конечно-порожденные и циклические группы. Смежные классы, их свойства. Теорема Лагранжа. Теорема о нециклической абелевой группе конечного порядка.  Нормальные подгруппы, их свойства. Факторгруппа, теорема о его порядке. Z\_n. Прямое произведение групп. Гомоморфизмы групп. Ядро гомоморфизма и его свойства. Теорема о гомоморфизме. |
| 3. | Теория колец | Определение кольца и поля. Делители нуля. Обратимые элементы. Кольцо многочленов, его целостность. Деление многочленов, теорема Безу. Кратные корни многочлена. Неприводимые многочлены. Идеалы, главные идеалы. Определение кольца главных идеалов, примеры. Факторкольцо. Кольцо вычетов $Z\_n$. Факторкольцо P[x]/(f(x)). Разложение на множители в кольце главных идеалов. Максимальные идеалы и их свойства. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Ядро гомоморфизма.  Образ гомоморфизма. Теорема о гомоморфизме для колец. |
| 4. | **Расширения полей** | Расширения полей. Теорема о количестве элементов конечного поля. Построение конечных полей. |

Практические/семинарские занятия

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Наименование раздела /темы дисциплины | Содержание |
| 1. | Мощность множеств | Эквивалентность множеств, мощность множества. Счетные множества. Теорема Кантора - Бернштейна.  Континуальные множества. |
| 2. | Теория групп | Понятие группы. Подгруппа, порядок элемента. Циклические группы. Нормальные подгруппы. Факторгруппа. Гомоморфизмы групп. |
| 3. | Теория колец | Кольцо, поле. Делители нуля. Идеалы, главные идеалы. Максимальные идеалы. Кольцо многочленов. Гомоморфизмы колец. Факторкольцо. |
| 4. | **Расширения полей** | Расширения полей. Построение конечных полей. |

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Насыров З.Х. Элементы теории множеств и общей алгебры. --- Обнинск: ИАТЭ,1990.

2. Насыров З.Х. Сборник задач по высшей алгебре. --- Обнинск: ИАТЭ, 2004.

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)** | **Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка** | **Наименование оценочного средства** |
| 1. | Мощность множества | ПК-2 | Зачет |
| 2. | Группы , факторгруппы, гомоморфизмы групп. | ПК-2 | Зачет |
| 3. | Кольцо, обратимые и необратимые элементы. Кольцо многочленов. | ОПК-3, ПК-2 | Контрольная работа, экзамен. |
| 4. | Расширения полей | ОПК-3, ПК-2 | Контрольная работа, экзамен. |

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

*6.2.1. Экзамен*

**а) типовые вопросы (образец**)

1. Дать определение ядра гомоморфизма для групп и доказать его свойства.

2. Дать определение идеалов, главных идеалов и доказать их свойства.

**б) критерии оценивания компетенций (результатов):**

В ответе на каждый вопрос элемент знания оценивается в 40%, а элемент умения — в 60%/

**в) описание шкалы оценивания:**

Ответы на 1 и 2 вопрос составляют 20 и 20 баллов соответственно.

*6.2.2. Контрольная работа*

**а) типовые задания** (образец)

Образец задачи № 1

Найдите количество необратимых элементов в кольце $Z\_{4}\times Z{10}$.

Образец задачи № 2

Найдите НОД $d(x)$ со старшим коэффициентом, равным 1, многочленов $f(x)$ и $g(x)$ в кольце $Z\_7[x]$ и многочлены

$u(x)$ и $v(x)$ такие, что $d(x)=u(x)\cdot f(x)+v(x)\cdot g(x)$, если $f=x^5+6x^4+2x^3+6x^2+2x+5$, $g=x^4+6x^3+6x+6$.

Образец задачи № 3

Разложите на неприводимые множители многочлен $2x^4+3x^3+3x^2+2$ в кольце $Z\_5[x]$.

Образец задачи № 4

Докажите неприводимость многочлена $p(x)$ над $Z\_5$ и найдите

$\ol{f(x)}+\ol{g(x)}$, $\ol{f(x)}-\ol{g(x)}$, $\ol{f(x)}\cdot\ol{g(x)}$,

$\ol{f(x)}:\ol{g(x)}$ для классов вычетов $\ol{f(x)}$ и $\ol{g(x)}$ в поле

$Z\_5[x]/(p(x))$, если $p(x)=2x^3+4x^2+1$, $f(x)=x^2+3x$, $g(x)=4x^2+x+2$.

Образец задачи № 5

Найдите определяющий многочлен и степень расширения над $Q$ поля $Q(\sqrt{6-2\sqrt5})$.

**б) критерии оценивания компетенций (результатов)**:

В ответе на каждый вопрос элемент знания оценивается в 30%, элемент умения — в 40%/, а элемент владения (навыка) – в 30%.

**в) описание шкалы оценивания:**

Ответы на 1, 2 , 3, 4 и 5 задачу составляют по 12 баллов.

6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговый балл по дисциплине получается суммированием количества баллов набранных по контрольной работе и баллов за экзамен. Оценка «отлично» ставится за 90 — 100 баллов, «хорошо» за 75 – 89 баллов, «удовлетворительно» за 60 – 74 балла, «неудовлетворительно» за 0 —59 итоговых баллов.

|  |
| --- |
|  |

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

1.[Курош А.Г.](https://e.lanbook.com/book/104951?category=907) [Лекции по общей алгебре: учебник](https://e.lanbook.com/book/104951?category=907) Лань, 2018. - адрес: [www.e.lanbook.ru](http://www.library.mephi.ru/).

2. [Чашкин А.В., Жуков Д.А.](https://e.lanbook.com/book/103600?category=907) [Элементы конечной алгебры: группы, кольца, поля, линейные пространства](https://e.lanbook.com/book/103600?category=907) 2016 - адрес: [www.e.lanbook.ru](http://www.e.lanbook.ru/).

б) дополнительная учебная литература:

3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. -- М.:~Наука, 1977.

4. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. -- М.:~Наука, 1979.

5. Алексеев В.Б. Теорема Абеля в задачах и решениях. -- М.:~Наука, 1976.

6. Сборник задач по алгебре/Под ред. А.И. Кострикина. -- М.:~Наука, 1987.

7. Куликов Л.Я. и др. Сборник задач по алгебре и теории чисел. -- М.:~Просвещение, 1993.

8. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. -- М.:~Мир, 1976.

8. Перечень ресурсов\* информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

[www.library.mephi.ru](http://www.library.mephi.ru/), [www.e.lanbook.ru](http://www.e.lanbook.ru/)

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

|  |  |
| --- | --- |
| Вид учебного занятия | Организация деятельности студента |
| Лекция | Пр При изучении дисциплины следует иметь в виду, что учебный материал в разных учебных пособиях может сильно отличаться и терминологически и по стилю изложения и по содержанию. Поэтому на первой стадии изучения следует придерживаться материала конспектов лекций и основной литературы. При желании знакомиться с материалом из дополнительной литературы. |
| Практические занятия | Для уверенности в правильности решения задачи полезно проверить ответ с помощью альтернативного решения или на частном случае. |
| Контрольная работа | Изучить методические указания по решению контрольных задач и потренироваться на решении аналогических задач. |
| Подготовка к экзамену | При подготовке к экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций и рекомендуемую литературу |

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Электронная библиотека НИЯУ МИФИ

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Учебная аудитория достаточной вместимости для потока (лекция) или группы (семинары), проектор и ноутбук.

12. Иные сведения и (или) материалы

12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Часов в интерактивной форме – 10.

Планомерная организация последовательности лекций и практических занятий в сочетании с внеаудиторной работой студента. При изложении разделов даются указания на связь с учебным материалом других дисциплин учебного плана, а также практическими приложениями. Систематические индивидуальные консультации.

Интерактивный подход заключается в вовлечении присутствующих студентов в обсуждение рассматриваемых методов решения задачи выработку новых приемов в их решении.

12.2. **Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки**

Самостоятельная работа студентов состоит в выполнении домашних заданий в соответствии с темами практических занятий. Контроль осуществляется путем проверки на практических занятиях.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Тема самостоятельной работы | Литература | Число  часов |
| 1 | Теория множеств | [2] | 20 |
| 2 | Теория групп | [2] | 56 |
| 3 | Теория колец и полей | [2] | 56 |
| 4 | Расширения полей | [2] | 20 |

12.3. Краткий терминологический словарь

Не требуется.